

MINIMISATION DE REQUÊTES TABLEAUX

Leçon 932

Références Abiteboul, Foundations of databases p.115
Handbook of Computer Science, vol B p.1091

Théorème

- Équivalence entre les requêtes projection/join et les tableaux.
- (Homomorphisme) Si $q = (T, v)$ et $q' = (T', v')$ sont des tableaux sur le schéma R , alors $q \leq q'$ si et seulement $\rightarrow$ il existe un homomorphisme de q à q' .
- Si $q = (T, v)$ est un tableau, il existe un sous-ensemble T' de T tel que $q' = (T', v)$ est un tableau minimal et $q' \equiv q$.

I] • Preuve par induction.

- si $E = R$ alors T est le tableau contenant un R -tuplet de variables distinguées.
- si $E = \Pi_X(E_1)$, et T_1 un tableau de E_1 .

~~$\rightarrow$ on change les variables ~~de~~ distinguées de T_1 qui correspondent à un attribut $A \notin X$ par un nouveau symbole non distingué.~~

~~$\rightarrow$ on enlève les variables de u qui ne correspondent pas à X .~~

- si $E = E_1 \bowtie E_2$, et T_1 et T_2 sont les tableaux pour E_1, E_2 .

$\rightarrow T$ est l'union des ensembles de tuples de T_1, T_2 .

Rappel: $\Theta: q' \rightarrow q$ est un homomorphisme ssi $\Theta(T') \subseteq T$ et $\Theta(u') = u$.

II] • Pour deux requêtes q, q' sur R , on écrit

$$q_1 \leq q_2 \iff \forall I \text{ instance sur } R, q_1(I) \subseteq q_2(I)$$

$\Leftarrow$ Supposons qu'il existe un homomorphisme $\Theta: q' \rightarrow q$.

Soit $w \in q(I)$, alors il existe une valuation v qui réalise T dans I telle que $v(u) = w$.

Alors comme $\Theta(T') \subseteq T$ et $\Theta(u') = u$, on peut appliquer $\Theta \circ v$ à $\Theta(u')$, et on obtient

$$v \circ \Theta(u') = v(u') = w$$

Donc $w \in q(I')$

⇒ Supposons maintenant que $q \subseteq q'$: $(T, u) \subseteq (T', u')$

Soit V l'ensemble des variables de T .

Pour tout $x \in V$, posons a_x une nouvelle constante n'apparaissant pas dans T, T' ,
et posons $\mu(x) = a_x$.

On définit alors $I_T = \mu(T)$.

Dès lors, remarquons que $\mu: V \rightarrow \mu(V)$ est bijective, et
on peut définir μ^{-1} sur toutes les constantes de I_T car on a établi
les relations entre les a_x et les constantes de T .

Remarquons finalement que $\mu(u) \in q(I_T)$

or par hypothèse $q(I_T) \subseteq q'(I_T)$ donc $\mu(u) \in q'(I_T)$

Il existe donc une valuation de u' qui réalise T' dans I_T
telle que $v(u') = \mu(u)$.

Des lors, $\mu^{-1} \circ v$ envoie bien q' dans q : c'est
l'homomorphisme recherché.

III • Soit (S, v) un tableau minimal équivalent à q .

Il existe des homomorphismes $\Theta: q \rightarrow (S, v)$

$$\lambda: (S, v) \rightarrow q$$

Posons alors $T' = \pi \circ \sigma(S)$

On a bien $(T', u) \equiv q$ par homomorphismes, et ses lignes sont dans q !
et $(T', u) \subseteq (S, v) \Rightarrow$ donc $|T'| \leq |S|$

$\rightarrow$ par minimalité de S , on a bien prouvé que T' est minimal.